واحد

متوسطات المثلث

٢ع١ جبر وهندسة

(١) متوسط المثلث :- هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أى رأس من رؤوس المثلث ومنتصف الضلع المقابل لها .

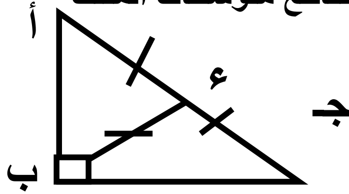
(٢) عدد متوسطات أى مثلث = ٣ متوسطات

(٣) متوسطات المثلث تتقاطع جميعا فى نقطة واحدة .

(٤) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة ، ٢ : ١ من جهة الرأس .

حقيقة :-

النقطة التى تقسم متوسط المثلث بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة هى نقطة تقاطع متوسطات المثلث



(٥) طول متوسط المثلث القائم الخارج من رأس القائمة يساوى نصف طول الوتر.

فى الشكل المقابل إذا كانت ء منتصف أ جـ ، ق(<ب) = ٩٠ ˚

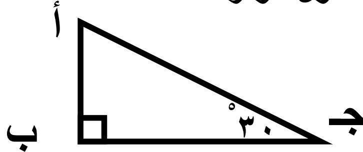
فإن ب ء = $\frac{١}{٢}$ أ جـ

تعالى نتعلم طريقة البرهان

(٦) فى المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ ˚ = $\frac{١}{٢}$ طول الوتر

فى الشكل المقابل إذا كان ق (<ب) = ٩٠ ˚

ق (< جـ) = ٣٠ ˚ فإن أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ جـ

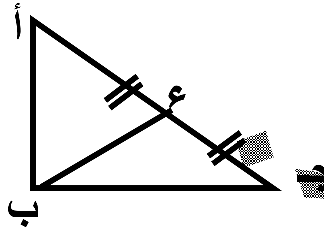


(٧) إذا كان طول متوسط المثلث الخارج من أحد رؤوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذه الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة .

فمثلا

إذا كانت ء منتصف أ جـ ، ب ء = $\frac{١}{٢}$ أ جـ

فإن ق (<أ ب جـ) = ٩٠ ˚



إذا كان أ ء متوسط فى △ أ ب جـ

، م نقطة تقاطع متوسطاته فإن

أ م : م ء = ٢ : ١ ⇐ $\frac{أ م}{م ء}$ = ٢ ⇐ أ م = ٢ م ء

أ م : أ ء = ٢ : ٣ $\frac{أ م}{م ء}$ = $\frac{٢}{٣}$

تابع معايا شرح البرهان أول بأول

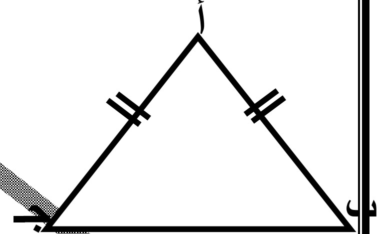
م ء : أ ء = ١ : ٣ $\frac{م ء}{أ ء}$ = $\frac{١}{٣}$ أ ء = ٣ م ء

تابع الشرح بالأمثلة وطريقة كتابة البرهان...

اتنين

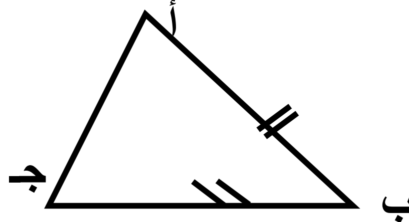
المثلث المتساوى الساقين

زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين متطابقتان



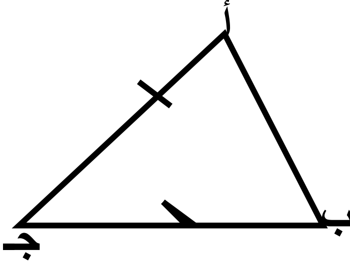
إذا كان أ ب = أ جـ فإن

ق(ب) = ق (جـ)



إذا كان أ ب = ب جـ فإن

ق(أ) = ق (جـ)



إذا كان جـ ب = أ جـ فإن

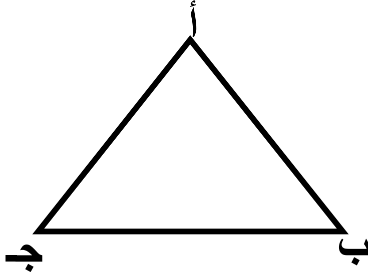
ق (أ) = ق (ب)

نتيجة :- زوايا المثلث المتساوى الاضلاع كلها متطابقة وقياس كلا منها = ٦٠ ˚

فى الشكل المقابل

إذا كان أ ب = ب جـ = أ جـ فإن

ق (أ) = ق (ب) = ق (جـ) = ٦٠ ˚



عكس نظرية

إذا تطابقت زاويتان فى مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتان يتطابقان ويكون المثلث متساوى الساقين

فى الشكل المقابل

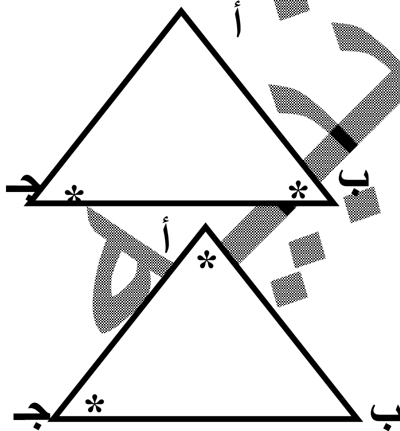
إذا كان ق (ب) = ق (جـ)

فإن أ ب = أ جـ

* فى الشكل المقابل

إذا كان ق (أ) = ق (جـ)

فإن أ ب = ب جـ

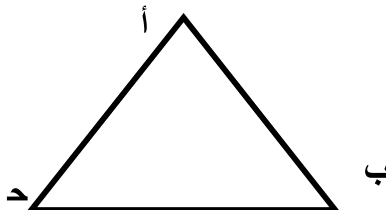


عكس نتيجة :-

إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون مثلث متساوى الاضلاع

فمثلا فى الشكل المقابل

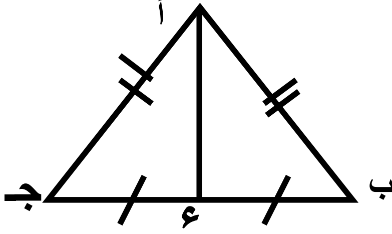
إذا كان ق (أ) = ق (ب) = ق (جـ) فإن أ ب = ب جـ = أ جـ



تلاته

نتائج على المثلث المتساوى الساقين :-

نتيجة (١) متوسط المثلث المتساوى الساقين ينصف زاوية الرأس ويكون عمودياً على القاعدة فى الشكل المقابل



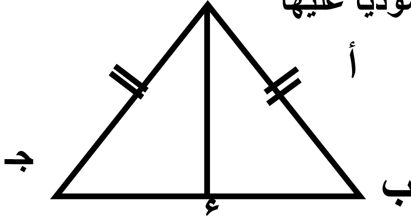
إذا كان أ ب = أ جـ ، ء منتصف ب جـ فإن

(١) أ ء ينصف (ب أ جـ)

(٢) أ ء ⊥ ب جـ

نتيجة (٢)

منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون عمودياً عليها فى الشكل المقابل



إذا كان أ ب = أ جـ ، أ ء ينصف (ب أ جـ) فإن

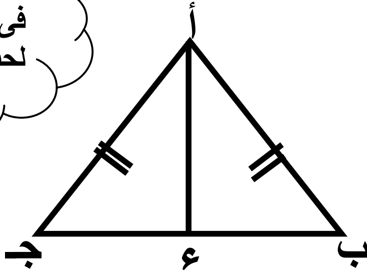
(١) ء منتصف ب جـ

(٢) أ ء ⊥ ب جـ

نتيجة (٣)المستقيم المرسوم من زاوية رأس المثلث المتساوى الساقين عمودياً على القاعدة ينصف كلا من زاوية الرأس والقاعدة

فى الشكل المقابل إذا كان أ ب = أ جـ ، أ ء ⊥ ب جـ فإن

فى طريقة لحفظ النتائج



(١) أ ء ينصف (ب أ جـ)

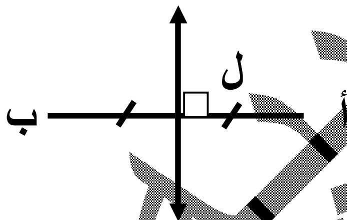
(٢) ء منتصف ب جـ

محور التماثل فى المثلث المتساوى الساقين :-

هو المستقيم المرسوم من رأسه عمودياً على القاعدة

- **عدد محاور التماثل فى المثلث المتساوى الساقين = ١**
- **عدد محاور التماثل فى المثلث المتساوى الاضلاع = ٣**
- **عدد محاور التماثل فى المثلث المختلف الأضلاع = صفر**

**** محور القطعة المستقيمة :-**



هو المستقيم العمودى عليها من منصفها

إذا كان المستقيم ل عمودى على أ ب من منتصفها فإن

ل يسمى محور القطعة المستقيمة أ ب

ـ عدد محاور التماثل للقطعة المستقيمة = ١

**** أى نقطة تقع على محور القطعة المستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها**

**** أى نقطة تكون على بعدين متساويين من طرفى قطعة مستقيمة فإنها تقع على محور هذه القطعة**

"ابن آدم خلقتك بيدى وربيتك بنعمتى وأنت تخالفنى وتعصانى فإذا رجعت الى تبت عليك فمن أين تجد إلهاً مثلى وأنا الغفور الرحيم"

اربعه

التباين

** مسلمات التباين

[١] إذا كان أ > ب فإن (١) أ + جـ > ب + جـ (٢) أ – جـ > ب – جـ

(٣) أ جـ > ب جـ [إذا كان جـ عدد موجب]

(٤) أ جـ < ب جـ [إذا كان جـ عدد سالب]

[٢] إذا كان أ > س ، ب > ص فإن أ + ب > س + ص

[٣] إذا كان أ > ب ، ب > جـ فإن أ > جـ

****

** المقارنة بين قياسات زوايا مثلث

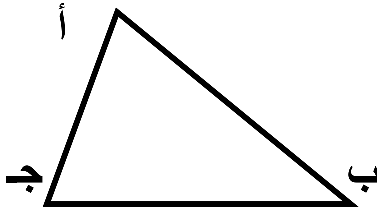
نظرية :-

إذا أختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله زاوية أكبر فى القياس من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأخر.

فى الشكل المقابل

إذا كان أ ب > أ جـ

فإن ق (جـ) > ق (ب)

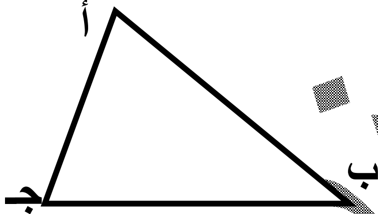


** المقارنة بين أطوال أضلاع مثلث

نظرية :

إذا أختلف قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها ضلع أكبر فى الطول من طول الضلع المقابل للزاوية الاخرى .

فى الشكل المقابل إذا كان ق (جـ) > ق (ب) فإن أ ب > أ جـ



متباينة المثلث :

فى أى مثلث مجموع طولى أى ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث

فى أى مثلث أ ب جـ يكون

(١) أ ب + ب جـ > أ جـ (٢) أ ب + أ جـ > ب جـ

(٣) أ جـ + ب جـ > أ ب

(٤) طرح الضلعين الأخرين < طول أى ضلع < مجموع طولى الضلعين الأخرين

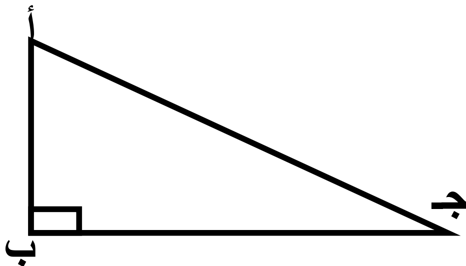
أى أن ١) أ ب – ب جـ < أ جـ < أ ب + ب جـ

٢) أ ب – أ جـ < ب جـ < أ ب + أ جـ

٣) أ جـ - ب جـ < أ ب < أ جـ + ب جـ

تابع معايا شرح البرهان أول بأول

الوتر هو أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية



خمسه

فى الشكل المقابل :-
إذا كان ق (ب) = ٩٠˚
فإن أ جـ أكبر أضلاع المثلث أ ب جـ طولا
لاحظ أن (١) الاطوال ٣سم ، ٧ سم ، ٤ سم لا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث لان ٣+٤=٧
مجموع طولى ضلعين = الضلع الثالث
(٢) الاطوال ٣سم ، ٧ سم ، ٢ سم لا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث لان ٣+٢=٥<٧
مجموع طولى ضلعين < طول الضلع الثالث

مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٥سم ، ٢ سم فيجب أن يكون طول الضلع الثالث يساوى ٥ سم وليس ٢ سم لان (٥سم ، ٢سم ، ٢ سم) لا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث لان (مجموع طولى الضلعين الاصغرين < طول الضلع الثالث)

****

"من حقك ترقيم الزويا فى البرهان ولكن يجب وضع الأرقام على الرسم "

الاعداد الحقيقية

إعداد / محمد نبيه

الجذر التربيعى لعدد نسبى غير سالب :-

الجذر التربيعى لعدد نسبى غير سالب أ هو العدد الذى مربعه يساوى أ

$\sqrt{س}$ = يقصد به الجذر التربيعى الموجب للعدد النسبى الغير سالب أ

$-\sqrt{س}$ = يقصد به الجذر التربيعى السالب للعدد النسبى الغير سالب أ

الجذرين التربيعيين للعدد النسبى س = $\pm\sqrt{س}$

$\sqrt{٩} = ٣$ ، $-\sqrt{٩} = -٣$ ، الجذرين التربيعيين للعدد ٩ = ± ٣

$$\sqrt{٦\frac{١}{٤}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \frac{٥}{٢} \qquad \sqrt{١,٤٤} = \sqrt{\frac{١٤٤}{١٠٠}} = \frac{١٢}{١٠} = ١,٢$$

$$\sqrt{أ^{٦}\ ب^{٤}\ جـ^{٢}} = أ^{٣}\ ب^{٢}\ جـ$$

$$\sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥} = ٥$$

الجذر التكعيبى لعدد نسبى :-

الجذر التكعيبى للعدد النسبى أ هو العدد الذى مكعبه يساوى أ

$$\sqrt[٣]{٨} = ٢ \qquad \sqrt[٣]{-٨} = -٢ \qquad \sqrt[٣]{١} = ١ \qquad \sqrt[٣]{صفر} = صفر$$

$$\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} = \sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{٣}{٢}$$

ستة

$\sqrt{أ^6 ب^3} = أ^2 ب$

إذا كانت $س^2 = أ$ فإن $س = \pm \sqrt{أ}$ [بشرط أن أ عدد غير سالب]

إذا كانت $س^3 = أ$ فإن $س = \sqrt[3]{أ}$

مجموعة الاعداد الغير نسبية :-

تحتوى على

(١) الجذور التربيعية لاعداد ليست مربع كامل مثل $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، .... الخ

(٢) الجذور التكعيبية لاعداد ليست مكعب كامل $\sqrt[3]{٢}$ ، $\sqrt[3]{٣}$ ، $\sqrt[3]{٤}$ ،

(٣) النسبة التقريبية ط أو π

ملاحظة كل عدد غير نسبى ينحصر بين عددين نسبيين "لها ٣ أشكال من التمارين "تابع الشرح .....

وكل عدد غير نسبى يمثل بعدد عشرى غير منته .

مجموعة الاعداد الحقيقية :-

(١) ح = ن ∪ $ن^/$　　**(٢) ح = $ح^+$ ∪ { ٠ } ∪ $ح^-$**

(٣) ح =]- ∞ ، ∞ [　　**(٤) $ح^*$ = ح – { ٠ }**

(٥) $ح^+$ ∪ $ح^-$ = $ح^*$　　**(٦) ن ∩ $ن^/$ = ∅**

(٧) $ح^+$ =] ٠ ، ∞ [　　**(٨) $ح^-$ =] -∞ ، ٠ [**

(٩) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = [٠ ، ∞ [

(١٠) مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة =] -∞ ، ٠]

(١١) ط ⊃ ص ⊃ ن ⊃ ح

(١٢) ح ⊂ ن ⊂ ص ⊂ ط

(١٤) الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ح

(١٥) الصفر هو العنصر المحايد الجمعى فى ح

(١٦) عملية جمع وضرب الاعد اد الحقيقية عملية مغلقة

(١٧) عملية جمع وضرب الاعد اد الحقيقية عملية دامجة

(١٨) عملية جمع وضرب الاعد اد الحقيقية عملية إبدالية

(١٩) لكل عدد حقيقى معكوس جمعى

($\sqrt{٥}$ معكوسه الجمعى -$\sqrt{٥}$ ، ٢ -$\sqrt{٥}$ معكوسه الجمعى -٢ + $\sqrt{٥}$)

(٢٠) لكل عدد حقيقى (غير الصفر) معكوس ضربى [المعكوس الضربى مقلوب العدد]

العدد $\frac{٣}{٥}$ معكوسه الضربى $\frac{٥}{٣}$ العدد ٢$\frac{٣}{٥}$ معكوسه الضربى $\frac{٥}{١٣}$

إعداد / محمد نبيه

سبعه

(٢١) يجب أن يكون مقام العدد الحقيقى خالى من الجذور " الضرب x المرافق

$$\frac{٦}{\sqrt{٣}} = \frac{٦ \times \sqrt{٣}}{٣ \times \sqrt{٣}} = \frac{٦\sqrt{٣}}{٣} = ٢\sqrt{٣}$$

(٢٢) [٣ ، ٥] – { ٣ } =] ٣ ، ٥]   ، [٣ ، ٥] – { ٥ } = [٣ ، ٥ [

[٣ ، ٥] – { ٣ ، ٥ } =] ٣ ، ٥ [

(٢٣)] ٣ ، ٥]∪{ ٣ } = [٣ ، ٥] ، [٣ ، ٥ [∪{ ٥ } = [٣ ، ٥]

] ٣ ، ٥ [∪{ ٣ ، ٥ } = [٣ ، ٥]

(٢٤) [٣ ، ٥] -] ٣ ، ٥ [= { ٣ ، ٥ } ،، [٣ ، ٥] - [٣ ، ٥ [= { ٣ }

[٣ ، ٥] –] ٣ ، ٥] = { ٥ } ، [٣ ، ٥] - [٣ ، ٥ [= { ٣ }

] ٣ ، ٥ [- [٣ ، ٥] = ∅

(٢٥) { ٣ } – [٢ ، ٥] = ∅   ،،،   { ٣ } – [٤ ، ٧] = { ٣ }

(٢٦) ص$^{+}$ ∩ [-٣ ، ٤] = { ١ ، ٢ ، ٣ }،، ص$^{+}$ ∩ [-٣ ، ٤] = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

(٢٧) ص$^{-}$ ∩ [-٣ ، ٤] = { -١ ، -٢ }،، ص$^{-}$ ∩ [-٣ ، ٤] = {-١ ، -٢ ، -٣ }

تابع شرح العمليات على الفترات وعلاقتها بالمجموعة ....

أكتب يا فالح

العمليات على الفترات

الاتحاد

أ ∪ ب = جميع العناصر الموجودة فى المجموعتين

التقاطع

أ ∩ ب = جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين

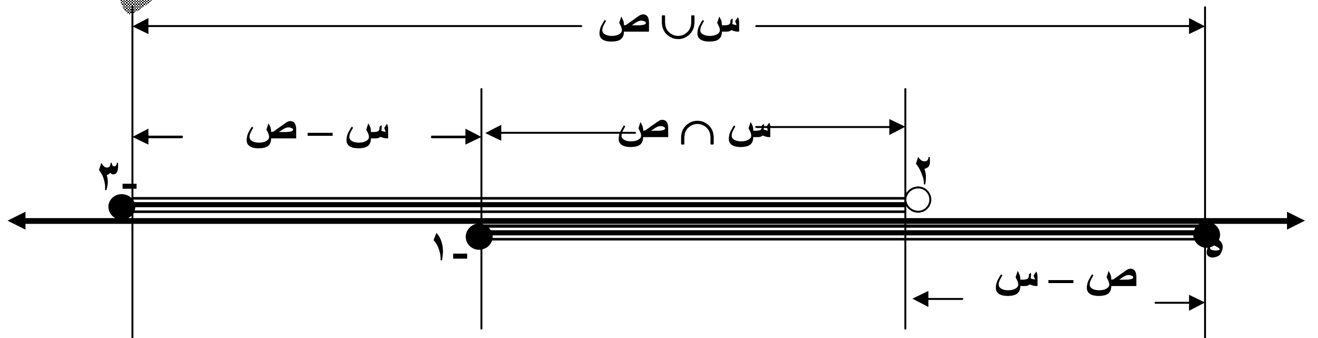
ركّز وأكتب ورايا ....

الفرق

أ - ب = جميع العناصر الموجودة فى أ وغير موجودة فى ب

مثال إذا كانت س = [-٣ ، ٢ [، ص = [-١ ، ٥] فأوجد مستعينا بخط الأعداد

(١) س ∪ ص   (٢) س ∩ ص   (٣) س – ص   (٤) ص – س



(١) س ∪ ص = [-٣ ، ٢ [∪ [-١ ، ٥] = [-٣ ، ٥]

تمانيه

(٢) س ∩ ص = [-٣ ، ٢ [∩ [-١ ، ٥]= [-١ ، ٢ [

(٣) س – ص = [-٣ ، ٢ [- [-١ ، ٥] = [-٣ ، -١ [

(٤) ص – س = [-٣ ، ٢ [-[-١ ، ٥] = [٢ ، ٥]

خلى بالك من الأمثلة الغريبة لو فهمت وأكتب الملحوظات دى ....

العمليات على الأعداد الحقيقية تعتمد على قاعدة الإشارات سمّعوجمع الحدود المتشابهه والعددان المترافقان هما ....

حل المتباينات فى ح .... خلى بالك من مجموعة الحل تكتب إذاى ......

مثال

أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية

(١) ٢س +٣ > ١١

(٢) ٣س -٢ < ١٣

الحـــــل

٢س > ١١ – ٣

٢س > ٨ ÷٢

س > ٤

م ٠ ح =] ٤ ، ∞ [

الحـــــل

٣س < ١٣+٢

٣س < ١٥ ÷٣

س < ٥

م ٠ ح =] - ∞ ، ٥ [

إعداد / محمد نبيه

تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبية "أسمع يا فالح "

قوانين تصلح للمكعب والمنشور ومتوازى المستطيلات والاسطوانة

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين

= محيط القاعدة × الارتفاع + مجموع مساحتى القاعدتين

الحجـــــــم = مساحة القاعدة × الارتفاع

****

(١) الدائرة :-

محيط الدائرة = ٢ π نق ،،،، مساحة الدائرة = π $نق^٢$

(٢) المكعب :- طول حرفه ل

المساحة الجانبية = ٤ $ل^٢$ المساحة الكلية = ٦ $ل^٢$ الحجم = $ل^٣$

(٣) متوازى المستطيلات :- أبعاده س،ص ،ع

المساحة الجانبية = ٢ (س + ص) × ع المساحة الكلية = ٢ (س ص + س ع + ص ع)

الحجم = س ص ع

تسعه

(٤) الاسطوانة :- نق نصف قطر القاعدة ،ع الإرتفاع **المساحة الجانبية** = ٢ ط نق × ع

المساحة الكلية = ٢ ط نق × ع + ٢ ط نق^{٢} = ٢ ط نق (ع + نق) **الحجم** = ط نق^{٢} ع

(٥) الكرة :-

المساحة السطحية = ٤ ط نق^{٢} **الحجم** = $\frac{٤}{٣}$ ط نق^{٣}

العلاقة بين متغيرين : هى ....

العلاقة الخطية :- هى علاقة بسيطة بين متغيرين من الدرجة الاولى مثل

ص = ٢ س أو ص = ٢ س + ٣ أو ص = ٥ – ٣ س أو ص +٢س = ٥

العلاقة ص = أ س + ب تسمى علاقة خطية حيث المتغيرين س ، ص من الدرجة الاولى ، أ ، ب ثوابت يسمى س بالمتغير المستقل ويسمى ص بالمتغير التابع ويسمى ب بالحد المطلق ويسمى أ معامل س ولتمثيلها بيانياً : نعين زوجين مرتبين يحققان العلاقة وثالث لتأكيد الحل ، ونعينهما على الشبكة البيانية المتعامدة ونرسم خط مستقيم يمر بالنقط الثلاث وإذا لم يمر بأحدهما فيكون هناك خطأ فى التعويض فيجب أن تكون النقط الثلاث تنتمى لمستقيم واحد. وهناك شواذ للعلاقة مثل س = ثابت أو ص = ثابت أو ....

لاحظ أن

(١) الخط البيانى للعلاقة ص = أ س + ب يمر بنقطة الاصل عندما ب = صفر أى عندما ص = أ س

مثلا [ص = ٢س أو ص = ٣ س أو ص = -٢س أو ص = $\frac{٢}{٣}$ س] كلها علاقات تمربنقطة الأصل

(٢) الخط البيانى للعلاقة الخطية يأخذ الشكل (↗) عندما يكون معامل س موجباً أىعندما يكون أ > ٠

(٢) الخط البيانى للعلاقة الخطية يأخذ الشكل (↖) عندما يكون معامل س سالباً أى عندما يكون أ < ٠

ميل الخط المستقيم وتطبيقاته :

هتكلم عنه بينى وبينك بس
أكتب علشان مهم جداً

قال عمر بن الخطاب رضى الله عنه : "تعلموا العلم وتعلموا للعلم السكينه والحلم ، وتواضعوا لمن تتعلمون منه ....."

بسم الله الرحمن الرحيم " أفحسبتم أنما خلقناكم عبثاً وأنكم إلينا لا ترجعون "صدق الله العظيم

نسألكم الدعاء فقط إعداد الاستاذ /محمد نبيه

عدد محاور تماثل بعض الأشكال الهندسية

الشكل	مثلث متساوي الساقين	إي جزء من الدائرة	متوازي الأضلاع	مثلث مختلف الاضلاع	المستطيل	المعين	الشكل البيضاوي	مثلث متساوي الأضلاع	الدائرة	أي مضلع منتظم	المربع	هناك أشكال أخرى
عدد المحاور	١	١	صفر	صفر	٢	٢	٢	٣	عدد لا نهائي	نفس عدد الأضلاع	٤	

" إذا كنت تشعر انك لا تعيش سعيدا، " فأعلم أنك لا تصلي جيدا

فهناك فرق بين
من يصلي (ليرتاح بها)
وبين من يصلي (ليرتاح منها)

فأنظر لقلبك ايهما منهم !!؟

واذا استعجلك الشيطان في صلاتك فتذكر
" ان كل ماتريد لحاقه وجميع ماتخشى فواته، بيد من تقف أمامه "